

$(11p + 2)^3 - 7$

Devoir de synthèse 2

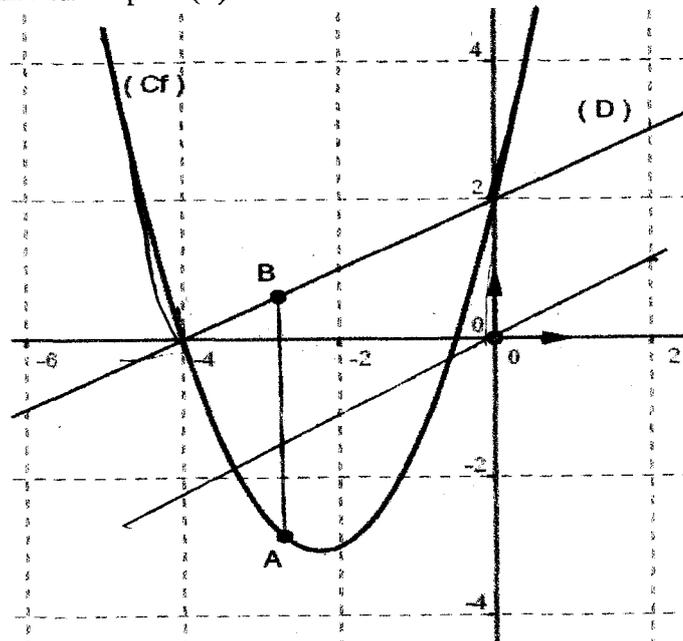
Exercice 1 (2 points)

Justifier par vrai ou faux :

1. Le nombre $(55123)^3 - 8$ est divisible par 11 (sans utiliser la calculatrice).
2. Une rotation d'angle π est une homothétie de rapport -1.

Exercice 2 (8 points)

La courbe (\mathcal{C}_f) ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + bx + c$ où b et c sont deux réels.



1. a. Vérifier que $f(x) = x^2 + \frac{9}{2}x + 2$
b. Déterminer le sommet et l'axe de (\mathcal{C}_f) .
2. a. Déterminer une équation cartésienne réduite de la droite ci-dessus (D) .
b. Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 + 4x > 0$
3. Pour $x \in [-4, 0]$, on note A le point de (\mathcal{C}_f) et B le point de (D) de même abscisse x .
a. Montrer $AB = -x^2 - 4x$
b. Pour quelle valeur de x la distance AB est maximale ?
Calculer la valeur maximale de AB .
4. Soit $g(x) = f(x - 2)$.

Soit $M(x, y)$ un point de (\mathcal{C}_f) et $M'(x', y')$ son image par la translation de vecteur $2\vec{i}$

- a. Montrer que $M \in (\mathcal{C}_f)$ si et seulement si $M' \in (\mathcal{C}_g)$.
- b. Tracer (\mathcal{C}_g) .
- c. Déterminer, graphiquement, le tableau de variations de g .

5. Soit $(\Delta_m): y = (m + \frac{9}{2})x$ où m est un paramètre réel.

- a. Tracer (Δ_{-4}) ($m = -4$)
- b. Déterminer m pour que (Δ_m) coupe (\mathcal{C}_f) en deux points distincts et coupe (D) .

$$g(x) = 8x - 2$$

Exercice 3 (5 points)

- Soit (u_n) la suite arithmétique définie sur \mathbb{N} de raison 2 et $u_0 = 1$.
 - Déterminer l'expression de u_n .
 - Calculer la somme $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$ (somme des impairs).
- Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = 10^{2n+1}$ (puissances de 10).
 - Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 100.
 - Soit le produit $P = v_0 v_1 v_2 \dots v_{49}$.
Ecrire P à l'aide de la valeur S .

$$u_n = u_0 + (n-0)r$$

$$2500$$

$$10^1 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \dots$$

Exercice 4 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soient les points $A(-1,4)$, $B(7,-4)$ et $C(-5,-3)$.

- Montrer qu'une équation cartésienne de (AC) est : $-7x + 4y - 23 = 0$.
 - En déduire que ABC est un triangle.
- Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC) .
 - Montrer que $O \in (BH)$.
 - Calculer AC et BH puis l'aire du triangle ABC .
 - Déterminer une équation cartésienne de (BH) .
 - Déterminer les coordonnées du point H .
Retrouver la distance BH .
- Soit l'ensemble $(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 6x - 23 = 0$.
 - Montrer que (\mathcal{C}) est un cercle dont on précisera son centre I et son rayon R .
 - Montrer que (\mathcal{C}) est circonscrit au triangle AHB .
 - Vérifier que C est à l'extérieur de (\mathcal{C}) .
 - Déterminer les équations cartésiennes réduites de deux droites tangentes à (\mathcal{C}) et passant par le point C .

